

2. Термины и определения в динамике автомобиля

Для работы с компьютерными программами, предназначенными для анализа и моделирования дорожно-транспортных происшествий (ДТП), необходимы знания динамики автомобиля, поскольку основные функции этих программ – это моделирование движения в динамическом режиме и анализ столкновений. Корректное выполнение таких обычных для экспертов-автотехников задач возможно только при правильном подборе исходных параметров как для автотранспортных средств (размеры, вес и его распределение, характеристики шин, распределения тормозных сил и т.д.), так и для среды движения (геометрические параметры дороги, коэффициент сцепления, наличие бокового ветра и т.д.). При этом следует помнить, что математическая модель используемой программы всегда имеет некоторые упрощения, поэтому необходимо анализировать полученные результаты и оценивать их адекватность.

В этой главе пояснены основные термины и определения динамики автомобиля согласно международного стандарта ИСО 8855 (с переводом основных терминов на английский и немецкий языки).

2.1. Статическое состояние автомобиля

Автомобиль представляет собой сложную динамическую систему со многими степенями свободы. Для анализа движения автотранспортного средства (АТС) в большинстве случаев достаточно рассматривать основные 6 степеней свободы кузова:

- 1) 3 степени поступательного движения (продольное, поперечное и вертикальное движение);
- 2) 3 степени вращательного движения – поворот вокруг вертикальной оси, поперечный и продольный крен.

Движение автомобиля чаще всего исследуется на плоскости, и это позволяет упростить модель и рассматривать автомобиль как одномассовое тело, приняв, что масса сосредоточена в так называемом *центре масс* O_V (англ.: *center of gravity*, нем.: *Massenmittelpunkt*) – рис.2.1. В этом случае пространственное распределение массы тела учитывается через соответствующие моменты инерции.

Параметры веса и инерции автотранспортного средства определяются в *статическом состоянии* (англ.: *reference condition*, нем.: *statischer Bezugszustand*), когда автомобиль расположен на горизонтальной площадке, его управляемые колеса – в положении движения прямо, давление воздуха в шинах и загрузка автомобиля соответствуют регламентированным требованиям производителя. Фиксированная относительно кузова автомобиля (находящегося в статическом состоянии) вертикальная плоскость, пересекающая кинематические центры

передней и задней подвесок, называется *плоскостью продольной симметрии автомобиля* (англ.: *longitudinal median plane of the vehicle*, нем.: *Fahrzeug – Längsmittlebene*). Это понятие условное, поскольку автомобиль конструктивно в действительности не является симметричным, но с точки зрения динамики данное упрощение приемлемо.

При движении автомобиля на повороте или же на дороге, имеющей поперечный уклон, продольная плоскость симметрии получает поперечный крен. Все же, и в этом случае считаем, что центр масс автомобиля – точка O_V , всегда расположена в плоскости симметрии (рис. 2.1).

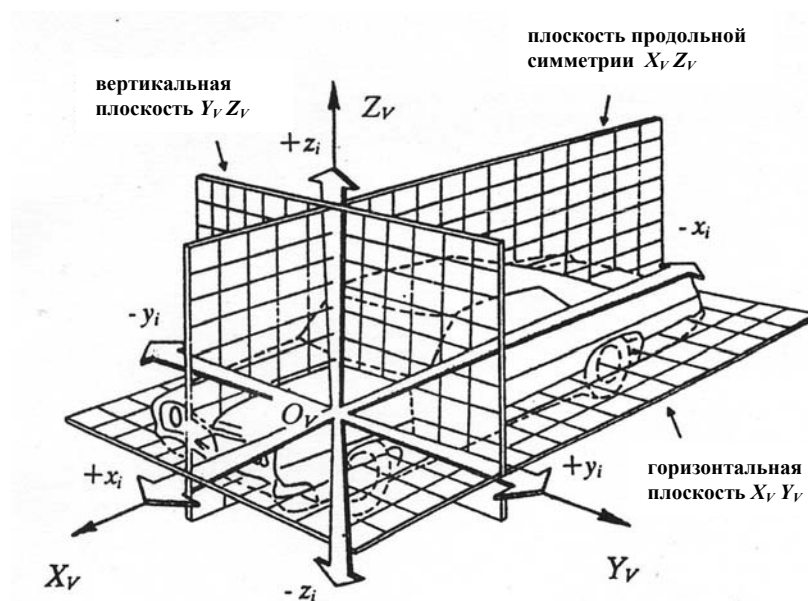


Рис.2.1. Оси и плоскости автомобиля

2.2. Системы координат для анализа движения автомобиля

При исследовании движения автомобиля принимаем, что с его кузовом неподвижно связана *подвижная система координат* (X_V, Y_V, Z_V) (англ.: *vehicle axis system*, нем.: *fahrzeugfestes Koordinatensystem*) – правая система координат, начало которой совпадает с центром масс (точкой O_V , при нахождении автомобиля в статическом состоянии), ось X_V горизонтальна и направлена вперед, ось Y_V горизонтальна и направлена влево, а ось Z_V вертикальна и направлена вверх (рис. 2.1). При этом, оси X_V и Z_V расположены в плоскости продольной симметрии автотранспортного средства, а ось Y_V – перпендикулярна ей.

Моменты инерции кузова автомобиля определяются относительно осей X_V, Y_V и Z_V для статического состояния. В динамике автомобиля рассматриваем следующие главные моменты инерции:

- момент инерции относительно продольной горизонтальной оси

$$I_X = \sum_{i=1}^n dm_i (y_i^2 + z_i^2), \quad (2.1)$$

- момент инерции относительно поперечной горизонтальной оси

$$I_Y = \sum_{i=1}^n dm_i (x_i^2 + z_i^2), \quad (2.2)$$

- момент инерции относительно вертикальной оси

$$I_Z = \sum_{i=1}^n dm_i (x_i^2 + y_i^2), \quad (2.3)$$

де: dm_i – i -ая элементарная масса автомобиля;

x_i, y_i, z_i – расстояния i -ой элементарной массы автомобиля относительно центра масс в координатной системе (X_V, Y_V, Z_V) (рис.2.1.).

Плоскости $X_V Y_V$ и $Y_V Z_V$ не являются плоскостями симметрии автомобиля (рис.2.1), и это учитывается через соответствующие выражения в дифференциальных уравнениях движения.

В динамике автомобиля может быть необходимость оценить также следующие моменты инерции:

- центробежный момент инерции относительно плоскости $X_V Y_V$

$$I_{XY} = \sum_{i=1}^n dm_i \cdot x_i \cdot y_i, \quad (2.4)$$

- центробежный момент инерции относительно плоскости $X_V Z_V$

$$I_{XZ} = \sum_{i=1}^n dm_i \cdot x_i \cdot z_i, \quad (2.5)$$

- центробежный момент инерции относительно плоскости $Y_V Z_V$

$$I_{YZ} = \sum_{i=1}^n dm_i \cdot y_i \cdot z_i. \quad (2.6)$$

Так как плоскость $X_V Z_V$ условно является плоскостью продольной симметрии автомобиля, то $I_{XZ} \approx 0$.

Для анализа движения АТС должна быть определена точка отсчета, поэтому необходимо рассматривать неподвижную (фиксированную) систему координат (X_E, Y_E, Z_E) (англ.: *earth-fixed axis system*, нем.: *ortfestes Koordinatensystem*) – правую ортогональную систему координат, начало которой соединено с горизонтальной опорной поверхностью в точке O_E . Оси координат X_E и Y_E расположены на этой опорной поверхности, а ось Z_E вертикальна и направлена вверх (рис. 2.2).

Для связи между фиксированной и подвижной системами координат необходимо ввести промежуточную координатную систему (X, Y, Z) (англ.: *intermediate axis system*, нем.: *horizontiertes Koordinatensystem*) – правую систему координат, начало которой – точка O является проекцией точки O_V на плоскость $X_E Y_E$, оси X и Y есть проекции осей подвижной системы координат X_V и Y_V на плоскость $X_E Y_E$, а ось Z вертикальна и направлена вверх (рис.2.2). Далее, может рассматриваться вторая промежуточная система координат (X_2, Y_2, Z_2) , начало которой в точке O_V , а ее оси X_2, Y_2 и Z_2 параллельны соответственно осям X, Y, Z (рис.2.2).

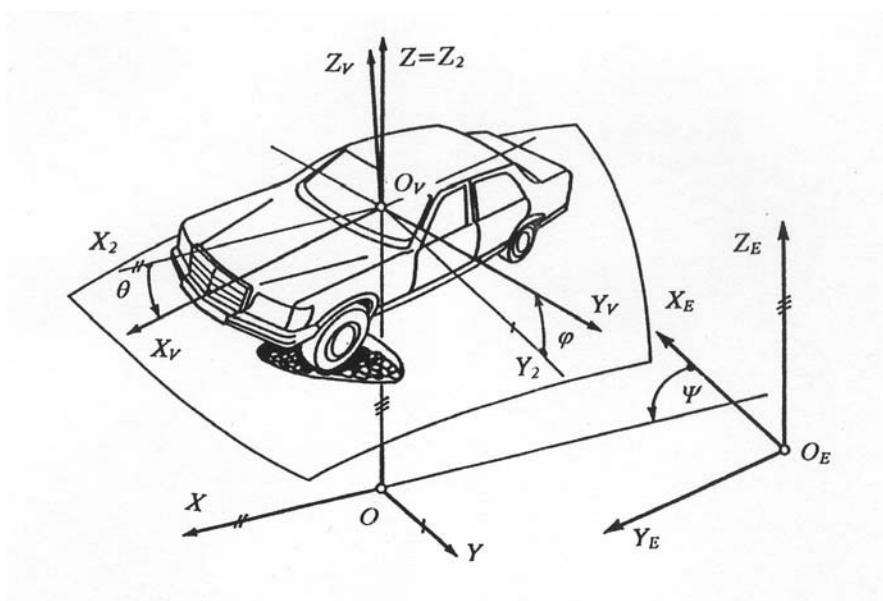


Рис. 2.2

Необходимо отметить, что указанное выше (регламентированное стандартом ИСО 8855) направление координатных осей отличается от установленного американской ассоциацией SAE (Society of Automotive Engineering). Согласно методологии SAE, ось X_V (а также оси X, X_2) направлена вперед, ось Y_V – вправо, а ось Z_V – вниз (при анализе движения это имеет влияние лишь на знак соответствующих параметров движения автомобиля).

Поясним методологическое значение анализа движения АТС относительно упомянутых систем координат. Фиксированная система координат (X_E, Y_E, Z_E) предназначена для определения и начальной ориентации кузова автомобиля и положения его центра масс (напр., в начальный момент). Подвижная система координат (X_V, Y_V, Z_V) введена для упрощения дифференциальных уравнений, так как моменты инерции относительно этой системы при движении автомобиля остаются неизменными. Промежуточные системы координат соединяют фиксированную и подвижную системы и определяют расположение кузова АТС в

пространстве. Поэтому между упомянутыми системами существуют связи, которые представлены в таблице 2.1 и на рис. 2.2.

Таблица 2.1. Связи между системами координат

Связь (действие)	Определяемый угол	Определяемые оси	Определяемая система координат
Начальное положение			(X_E, Y_E, Z_E)
Перемещение промежуточной системы координат в точку $O(x_v, y_v, \theta)$; поворот вокруг оси Z_E	$\psi = (X_E, X) =$ $= (Y_E, Y)$	$X, Y,$ $Z // Z_E$	(X, Y, Z)
Перемещение точки $O(x_v, y_v, \theta)$ в точку $O_V(x_v, y_v, z_v)$		X_2, Y_2 $X_2 // X; Y_2 // Y$ $Z_2 = Z$	(X_2, Y_2, Z_2)
Поворот вокруг оси Y_2	$\theta = (X_2, X_V)$	X_V	
Поворот вокруг оси X_V	$\varphi = (Y_2, Y_V)$	Y_V, Z_V	(X_V, Y_V, Z_V)

Сущность этих связей следующая: предположим, в начальный момент времени автомобиль находился в статическом состоянии на горизонтальной дороге) и проекция его центра масс на дорожную поверхность – точка O_E , а проекции осей X_V и Y_V – соответственно оси X_E и Y_E . Ось Z_E направив вверх получим фиксированную систему координат (X_E, Y_E, Z_E) . Далее, автомобиль в движении преодолел некоторое расстояние, при этом переместился из горизонтальной дорожной поверхности в плоскость, имеющую продольный и поперечный уклоны. В итоге, конечное положение автомобиля определяется координатами (x_v, y_v, z_v) центра масс O_V относительно начала фиксированной системы координат (X_E, Y_E, Z_E) , и тремя углами – ψ , θ и φ . Точка O – проекция центра масс на горизонтальную поверхность является началом промежуточной системы координат (X, Y, Z) . Угол между осями X и X_E (или между осями Y и Y_E) указывает, насколько изменилась ориентация в пространстве продольной плоскости

симметрии АТС по сравнению с начальным положением. Угол Ψ называется направляющим углом (англ.: *yaw angle*, нем.: *Gierwinkel*).

Переместим промежуточную координатную систему (X, Y, Z) параллельно вверх так, чтобы ее начало совпало с центром масс автомобиля – получим промежуточную систему координат (X_2, Y_2, Z_2) , повернув которую на угол θ вокруг оси Y_2 (параллельной оси Y) совместим оси X_2 и X_V . Осуществив следующий поворот – вокруг оси X_V на угол φ полностью совместим промежуточную систему (X_2, Y_2, Z_2) с подвижной системой координат (X_V, Y_V, Z_V) . При движении по горизонтальной дорожной поверхности углы θ и φ могут быть обусловлены не наклоном дорожной поверхности, а действующими на автомобиль динамическими силами (напр., силами тяги, торможения, боковыми силами). В общем случае угол θ называется углом продольного крена либо дифферента (англ.: *pitch angle*, нем.: *Nickwinkel*), а угол φ – углом поперечного крена или просто крена (англ.: *roll angle*, нем.: *Wankwinkel*).

Углы Ψ , θ и φ еще называются углами Брайнта. На рис. 2.3 представлена схема, на которой упрощенно изображены связи между упомянутыми координатными системами и углами Брайнта. Все на данной иллюстрации представленные углы – положительны, т.е. значения углов положительны по знаку в таких случаях:

- при повороте против часовой стрелки вокруг вертикальной оси
- при продольном крене вниз по направлению движения (напр., при торможении автомобиля)
- при поперечном крене вправо (т.е., при движении на левом повороте).

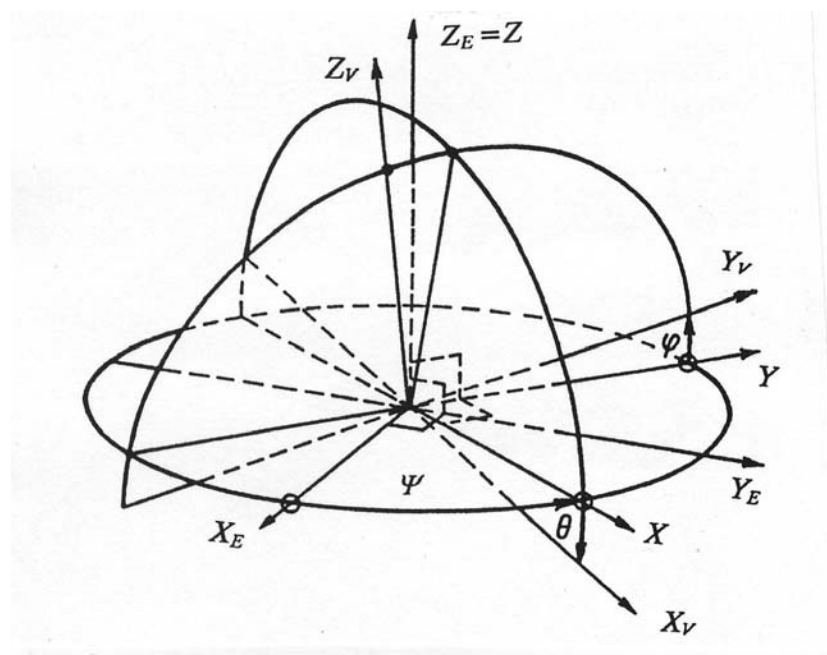


Рис.2.3. Углы Брайнта

В итоге положение центра масс АТС в пространстве определяют три координаты относительно начала фиксированной системы координат, а угловую ориентацию кузова автомобиля – указанные три угла Брайнта (т.е. положение автомобиля в пространстве однозначно определяется указанными шестью параметрами).

2.3. Кинематические параметры движения автомобиля

В общем случае автомобиль движется в переменном режиме по дороге, имеющей повороты, продольный и поперечный уклоны. Несмотря на столь сложную динамику, параметры, определяющие движение автомобиля, можно разделить на две группы:

- параметры поступательного движения;
- параметры вращательного движения.

Кинематические параметры поступательного движения автомобиля – это линейные скорости и ускорения.

Скорость автомобиля \vec{v} (англ.: *vehicle velocity*, нем.: *Fahrzeuggeschwindigkeit*) – это первая производная вектора положения начала подвижной системы координат (точки O_V) по времени.

Чаще всего оперируем проекциями вектора скорости \vec{v} на оси промежуточной системы координат (X, Y, Z) и называем их соответственно горизонтальной, поперечной и вертикальной скоростями.

Продольная скорость v_X (англ.: *longitudinal velocity*, нем.: *Längsgeschwindigkeit*) это проекция вектора скорости автомобиля \vec{v} на ось $X (X_2)$.

Поперечная скорость v_Y (англ.: *lateral velocity*, нем.: *Quergeschwindigkeit*) это проекция вектора скорости автомобиля \vec{v} на ось $Y (Y_2)$.

Вертикальная скорость v_Z (англ.: *vertical velocity*, нем.: *Vertikalgeschwindigkeit*) это проекция вектора скорости автомобиля \vec{v} на ось $Z (Z_2)$.

Проекция вектора скорости \vec{v} на плоскость XY называется *горизонтальной скоростью* v_h (англ.: *horizontal velocity*, нем.: *Horizontalgeschwindigkeit*), значение которой определяется по формуле:

$$v_h = \sqrt{v_X^2 + v_Y^2} . \quad (2.7)$$

Ускорение автомобиля \vec{a} (англ.: *vehicle acceleration*, нем.: *Fahrzeugbeschleunigung*) – это вторая производная вектора положения начала подвижной системы координат (точки O_V) по времени.

Аналогично, как и для вектора скорости, проекции вектора ускорения \vec{a} на оси промежуточной системы координат X , Y и Z называются соответственно *продольным* a_X (англ.: *longitudinal acceleration*, нем.: *Längsbeschleunigung*), *поперечным* a_Y (англ.: *lateral acceleration*, нем.: *Querbeschleunigung*) и *вертикальным* a_Z (англ.: *vertical acceleration*, нем.: *Vertikalbeschleunigung*) ускорениями.

Проекция вектора \vec{a} на плоскость XY называется *горизонтальным ускорением* a_h (англ.: *horizontal acceleration*, нем.: *Horizontalbeschleunigung*), которое может быть рассчитано по следующей формуле:

$$a_h = \sqrt{a_X^2 + a_Y^2}. \quad (2.8)$$

Проекция вектора ускорения \vec{a} на горизонтальную линию, перпендикулярную вектору горизонтальной скорости, называется *центростремительным ускорением* a_C (англ.: *centripetal acceleration*, нем.: *Zentripetalbeschleunigung*). *Тангенциальным ускорением* a_T (англ.: *tangential acceleration*, нем.: *Tangentialbeschleunigung*) называется проекция вектора ускорения \vec{a} на направление вектора горизонтальной скорости.

Все указанные выше проекции векторов скорости \vec{v} и ускорения \vec{a} спроецированы на горизонтальную плоскость XY или же на перпендикулярную ей ось Z . В некоторых случаях, (напр., при решении уравнений движения) удобнее рассматривать проекции векторов скорости и ускорения на оси подвижной системы координат (X_V , Y_V , Z_V). Эти проекции обозначим соответственно V_{XV} , V_{YV} , V_{ZV} и a_{XV} , a_{YV} , a_{ZV} .

Определим параметры вращательного движения. Направляющий угол Ψ , угол продольного крена θ и угол поперечного крена φ определены ранее.

Угол увода автомобиля β (англ.: *sideslip angle*, нем.: *Schwimmwinkel*) – угол между проекцией оси X и вектором горизонтальной скорости \vec{v}_h (рис. 2.4) на плоскость XY . Значение этого угла может быть определено по формуле:

$$\beta = \arctan \frac{v_Y}{v_X}. \quad (2.9)$$

Курсовой угол ν (англ.: *course angle*, нем.: *Kurswinkel*) – это угол между осью X_E и вектором горизонтальной скорости \vec{v}_h . Значение курсового угла рассчитывается как сумма направляющего угла и угла увода

$$\nu = \psi + \beta. \quad (2.10)$$

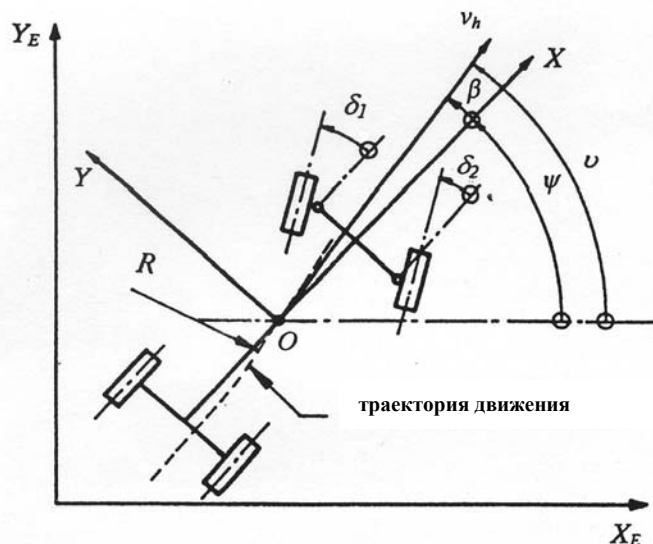


Рис.2.4 Схема движения автомобиля

Угловая скорость поворота автомобиля (англ.: *yaw velocity*, нем.: *Giergeschwindigkeit*) – это первая производная направляющего угла по времени $\dot{\psi} = \frac{d\psi}{dt}$.

Угловая скорость дифферента автомобиля (англ.: *pitch velocity*, нем.: *Nickgeschwindigkeit*) есть первая производная угла дифферента по времени $\dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt}$.

Угловая скорость крена автомобиля (англ.: *roll velocity*, нем.: *Wankgeschwindigkeit*) есть первая производная угла крена по времени $\dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt}$.

Аналогично определяются и угловые ускорения.

Угловое ускорение поворота (англ.: *yaw acceleration*, нем.: *Gierbeschleunigung*) есть вторая производная направляющего угла по времени $\ddot{\psi} = \frac{d^2\psi}{dt^2}$.

Угловое ускорение дифферента автомобиля (англ.: *pitch acceleration*, нем.: *Nickbeschleunigung*) – вторая производная угла дифферента по времени $\ddot{\theta} = \frac{d^2\theta}{dt^2}$.

Угловое ускорение крена автомобиля (англ.: *roll acceleration*, нем.: *Wankbeschleunigung*) – вторая производная угла крена по времени $\ddot{\varphi} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}$.

В некоторых случаях удобнее исследовать проекции векторов скорости и ускорения на оси подвижной системы координат X_V, Y_V и Z_V . В этом случае скорости и ускорения обозначаются соответственно $\dot{\psi}_v, \ddot{\psi}_v, \dot{\theta}_v, \ddot{\theta}_v, \dot{\varphi}_v, \ddot{\varphi}_v$. В литературе на английском языке принято и другое обозначение, напр. – $r, \dot{r}, q, \dot{q}, p, \dot{p}$.

Траекторией движения автомобиля (англ.: *trajectory*, нем.: *Bahnkurve*) называется совокупность проекций начала подвижного базиса (точки O_V) на плоскость $X_E Y_E$ (рис. 2.4).

Расстояние между точкой траектории и соответственной точкой центра поворота называется *радиусом траектории* R (англ.: *path radius*, нем.: *Bahnradius*), который может быть определен по формуле:

$$R = \frac{v_h^2}{a_c} . \quad (2.11)$$

Величина, обратная радиусу траектории, есть *кривизна траектории* χ (англ.: *curvature of trajectory*, нем.: *Bahnkrümmung*).

2.4. Силы и их моменты, воздействующие на автомобиль при его движении

Кинематические параметры движения автомобиля определяются внешними силами, управляющими воздействиями водителя и параметрами самого автомобиля. Внешние силы в общем случае не являются сконцентрированными, а распределены по площади или по объему, поэтому в общем случае следует рассматривать воздействие элементарных сил на соответствующие элементарные площади. Такой методологически корректный подход в виду сложности его практической реализации можно упростить – действие элементарных сил можно заменить суммарной силой и ее моментом, воздействие которых на АТС адекватно действию элементарных сил. В общем случае воздействие элементарных сил на автомобиль можно свести к рассмотрению следующих сконцентрированных сил (рис.2.5):

- силы веса автомобиля \vec{mg} (англ.: *weight of the vehicle*, нем.: *Gewichtskraft des Kraftfahrzeuges*);
- аэродинамической силы \vec{F}_A (англ.: *aerodynamic force*, нем.: *aerodynamische Kraft*);
- реакций опорной поверхности на колеса \vec{F}_{w_i} (англ.: *force at wheel*, нем.: *Kraft am Rad*);
- силы в сцепном устройстве \vec{F}_C (англ.: *force at coupling*, нем.: *Kupplungskraft*).

Сила веса автомобиля действует в центре масс – точке O_V , а сконцентрированная аэродинамическая сила – в так называемом аэродинамическом центре (обычно вблизи лобового стекла), сила, действующая на колесо – в геометрическом центре контакта колеса, а сила в сцепном устройстве – в центре сцепного шарнира. Все эти силы, за исключением силы веса, создают моменты относительно центра масс автомобиля.

Действие сил может быть заменено их равнодействующей силой \vec{F} и соответствующим равнодействующим моментом \vec{M} (рис. 2.5). Равнодействующая сила \vec{F} приложена в центре масс автомобиля, а направление момента \vec{M} совпадает с линией, пересекающей точку центра масс. Третий закон Ньютона гласит, что «действие равно противодействию», поэтому противовес действию равнодействующей силы \vec{F} создает сила инерции \vec{F}_I (англ.: *inertial force*, нем.: *Trägheitskraft*), которая создает и соответствующий момент инерции \vec{M}_I . По принципу Даламбера, $\vec{F} = -\vec{F}_I$, $\vec{M} = -\vec{M}_I$.

Поскольку в динамике автомобилей движение принято разделять на продольную, поперечную и вертикальную компоненты, соответственно целесообразно рассматривать проекции равнодействующей силы \vec{F} на оси промежуточной системы координат (X, Y, Z):
 продольную силу F_X (англ.: *longitudinal force*, нем.: *Längskraft*),
 поперечную силу F_Y (англ.: *lateral force*, нем.: *Querkraft*) и
 вертикальную силу F_Z (англ.: *vertical force*, нем.: *Vertikalkraft*).

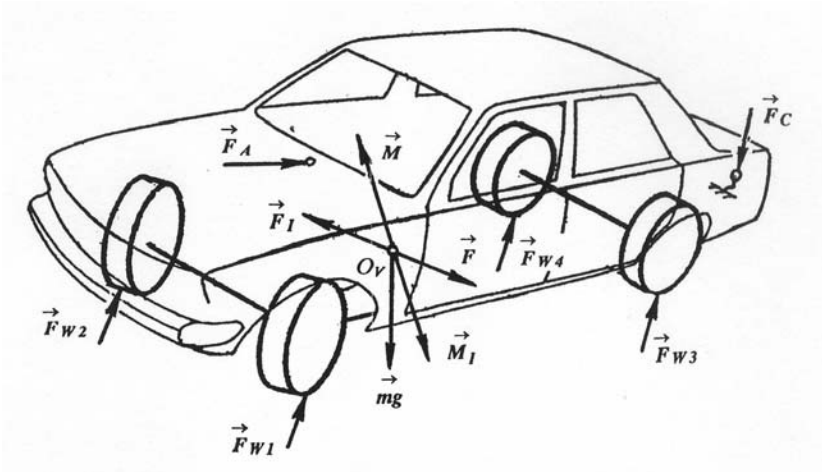


Рис. 2.5

Аналогично можно спроецировать на оси X, Y, Z и момент равнодействующей силы \vec{M} . Проекции этого момента соответственно называем:

моментом внешних сил относительно вертикальной оси M_Z (англ.: (horizontal) yawing moment, нем.: (horizontiertes) Giermoment);

моментом внешних сил относительно горизонтальной поперечной оси M_Y (англ.: (horizontal) pitching moment, нем.: (horizontiertes) Nickmoment);

моментом внешних сил относительно горизонтальной продольной оси M_X (англ.: vehicle rolling moment, нем.: Wankmoment).

Также можно рассматривать проекции момента \vec{M} равнодействующей силы на оси подвижной системы координат (X_V, Y_V, Z_V). Эти проекции имеют следующие названия:

поворачивающий момент M_{ZV} (англ.: vehicle yawing moment, нем.: fahrzeugfestes Giermoment);

наклоняющий момент M_{YV} (англ.: vehicle pitching moment, нем.: fahrzeugfestes Nickmoment);

опрокидывающий момент M_{XV} (англ.: overturning moment, нем.: Kippmoment).

Связи между упомянутыми выше проекциями момента равнодействующей силы имеют следующий вид:

$$F_X = F_{XV} \cdot \cos \theta, \quad (2.12)$$

$$F_Y = F_{YV} \cdot \cos \varphi, \quad (2.13)$$

$$F_Z = F_{ZV} \cdot \cos \theta \cdot \cos \varphi, \quad (2.14)$$

$$M_X = M_{XV} \cdot \cos \theta, \quad (2.15)$$

$$M_Y = M_{YV} \cdot \cos \varphi, \quad (2.16)$$

$$M_Z = M_{ZV} \cdot \cos \theta \cdot \cos \varphi. \quad (2.17)$$

Момент, опрокидывающий автомобиль, создают воздействующие на колеса поперечные силы. Этот момент компенсируют моменты сопротивления передней и задней подвесок. Отношение моментов сопротивления подвесок еще называется *распределением опрокидывающего момента* (англ.: overturning moment distribution, нем.: Verteilung des Kippmoments).

2.5. Уравнения движения автомобиля при движении по ровной горизонтальной дороге

В динамике автомобиля обычно рассматривают шесть степеней свободы (x, y, z, Ψ, θ и φ) кузова автомобиля, поэтому описывающая движение автомобиля система дифференциальных уравнений имеет вид:

$$m (a_{XV} - \dot{\psi}_v \cdot v_{YV} + \dot{\theta}_v \cdot V_{ZV}) = F_{XV},$$

$$m (a_{YV} - \dot{\varphi}_v \cdot v_{ZV} + \dot{\psi}_v \cdot V_{XV}) = F_{YV},$$

$$\begin{aligned}
m (a_{ZV} - \dot{\theta}_v \cdot v_{XV} + \dot{\varphi}_v \cdot V_{YV}) &= F_{ZV}, \\
I_X \ddot{\varphi}_v - (I_Y - I_Z) \dot{\psi}_v \dot{\theta}_v + I_{YZ} (\dot{\psi}_v^2 - \dot{\theta}_v^2) - \\
-I_{XZ} (\dot{\varphi}_v \dot{\theta}_v + \ddot{\psi}_v) + I_{XY} (\dot{\varphi}_v \dot{\psi}_v - \ddot{\theta}_v) &= M_{XV}, \\
I_Y \ddot{\theta}_v - (I_Z - I_X) \dot{\psi}_v \dot{\varphi}_v + I_{XZ} (\dot{\varphi}_v^2 - \dot{\psi}_v^2) - \\
-I_{XY} (\dot{\theta}_v \dot{\psi}_v + \ddot{\varphi}_v) + I_{YZ} (\dot{\theta}_v \dot{\varphi}_v - \ddot{\psi}_v) &= M_{YV}, \\
I_Z \ddot{\psi}_v - (I_X - I_Y) \dot{\theta}_v \dot{\varphi}_v + I_{XY} (\dot{\theta}_v^2 - \dot{\varphi}_v^2) - \\
-I_{YZ} (\dot{\psi}_v \dot{\varphi}_v + \ddot{\theta}_v) + I_{XZ} (\dot{\psi}_v \dot{\theta}_v - \ddot{\varphi}_v) &= M_{ZV}.
\end{aligned} \tag{2.18}$$

При решении этой системы уравнений сначала необходимо записать проекции внешних сил и моментов на оси подвижной системы координат (X_V, Y_V, Z_V) . Кроме того, $a_{XV} = \dot{V}_{XV}$, $a_{YV} = \dot{V}_{YV}$, $a_{ZV} = \dot{V}_{ZV}$, поэтому система дифференциальных уравнений будет дополнена уравнениями

$$a_{XV} - \dot{V}_{XV} = 0, \tag{2.19}$$

$$a_{YV} - \dot{V}_{YV} = 0, \tag{2.20}$$

$$a_{ZV} - \dot{V}_{ZV} = 0. \tag{2.21}$$

Вектор неизвестных системы дифференциальных уравнений имеет вид

$$\{V_{XV} V_{YV} V_{ZV} \dot{\varphi}_v \dot{\theta}_v \dot{\psi}_v \varphi_v \theta_v \psi_v\}^T.$$

Для решения системы дифференциальных уравнений необходимо применять вычислительную технику. Полученные решения будут определены относительно подвижной системы координат. Все же, удобнее рассматривать параметры движения относительно промежуточной системы координат (X, Y, Z) . Для этого можно воспользоваться далее представленной таблицей 2.2

Преобразование осуществляется по строкам таблицы, напр.:

$$\begin{aligned}
v_X &= V_{XV} \cdot \cos \varphi \cdot \cos \theta + V_{YV} \cdot (\cos \psi \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi - \\
&- \sin \psi \cdot \cos \varphi) + V_{ZV} \cdot (\cos \psi \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi + \sin \psi \cdot \sin \varphi); \\
\dot{\psi} &= \dot{\varphi}_v \cdot (-\sin \theta) + \dot{\theta}_v \cdot \cos \theta \cdot \sin \varphi + \dot{\psi}_v \cdot \cos \theta \cdot \cos \varphi.
\end{aligned}$$

Таблица 2.2. Связи для углов и скоростей, определенных в промежуточной и подвижной системах координат

Параметры в промежуточной системе координат	Параметры в подвижной системе координат		
	$V_{XV}, \dot{\varphi}_v$	$V_{YV}, \dot{\theta}_v$	$V_{ZV}, \dot{\psi}_v$
$v_x, \dot{\varphi}$	$\cos \varphi \cdot \cos \theta$	$\cos \psi \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi - \sin \psi \cdot \cos \varphi$	$\cos \psi \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi + \sin \psi \cdot \sin \varphi$
$v_y, \dot{\theta}$	$\sin \psi \cdot \cos \theta$	$\sin \psi \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi + \cos \psi \cdot \cos \varphi$	$\sin \psi \cdot \sin \theta \cdot \cos \varphi + \cos \psi \cdot \sin \varphi$
$v_z, \dot{\psi}$	$-\sin \theta$	$\cos \theta \cdot \sin \varphi$	$\cos \theta \cdot \cos \varphi$

Представленные выше дифференциальные уравнения движения достаточно точно описывают движение автомобиля при движении на ровной горизонтальной плоскости. Другое важное условие – вес неподрессоренных масс автомобиля (колес и отдельные элементы подвески) не должен превышать 10% от веса автомобиля (легковые автомобили обычно соответствуют данному условию). В других случаях (напр., при исследовании движения по неровной дороге) необходимо рассматривать степени свободы и неподрессоренных масс.

2.6. Кинематика и динамика колеса

Колесо - важный элемент автомобиля, основное предназначение которого – трансформировать вращательное движение в поступательное, и наоборот. Приводимый к колесу крутящий момент создает тяговую силу, тормозной – тормозную силу. Однако, назначение колеса не ограничивается его продольной динамикой. При движении автомобиля на повороте шины колес деформируются в поперечном направлении, поэтому генерируются поперечные реакции дорожной поверхности. Колесо наравне с подвеской является упругим элементом, т.е. во многом определяет плавность хода и комфортабельность.

Значение индекса колеса i присваивается в следующем порядке (такая нумерация используется в некоторых компьютерных программах): $i = 1$ – для переднего левого колеса; $i = 2$ – для переднего правого колеса; $i = 3$ – для заднего левого колеса; $i = 4$ – для заднего правого колеса и т.д.

2.6.1. Положение и ориентация колеса

Положение и ориентация колеса определяется параметрами, для пояснения которых может быть использован рис. 2.6.

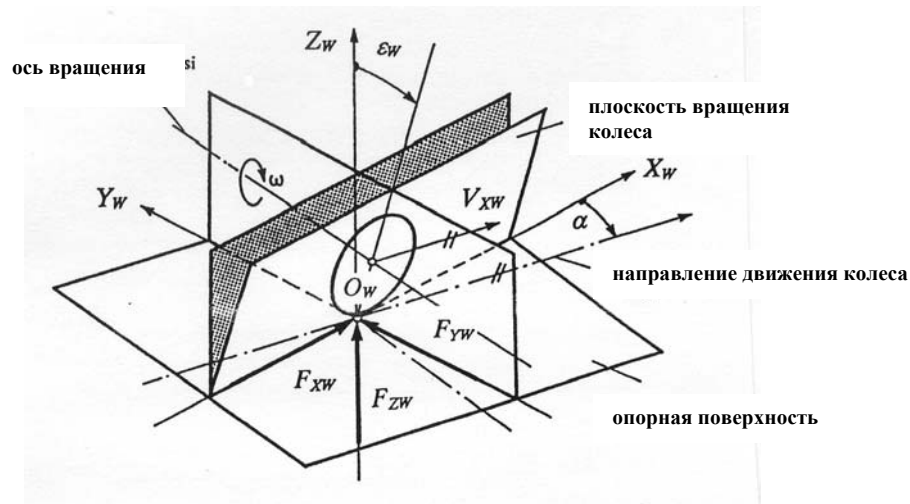


Рис. 2.6. Модель колеса в движении

Колесо вращается вокруг *оси вращения* (англ.: *spin axis*, нем.: *Raddrehachse*), которой является ось вращения подшипников ступицы колеса.

Плоскость вращения колеса (англ.: *wheel plane*, нем.: *Radebene, Radmittelebene*) – плоскость, которая перпендикулярна оси вращения колеса. В дальнейшем будем считать, что эта плоскость вращения колеса проходит на равных расстояниях от боковых посадочных поверхностей обода для шины (т.е., речь идет о центральной плоскости вращения колеса).

Центр колеса (англ.: *wheel centre*, нем.: *Radmittelpunkt*) – это общая точка оси вращения и плоскости вращения колеса (на рис. 2.6 - точка O_K). Геометрический центр контакта колеса O_W (англ.: *centre of tyre contact*, нем.: *Radaufstandspunkt*) – проекция общей точки плоскости вращения колеса и оси вращения колеса на опорную поверхность.

Поясним понятие системы координат колеса: *системой координат колеса* (X_W, Y_W, Z_W) называется подвижная соединенная с колесом правая ортогональная система координат, начало которой совпадает с точкой O_W , а плоскость $X_W Y_W$ при нахождении автомобиля в статическом состоянии, совпадает с плоскостью фиксированной системы координат $X_E Y_E$. Ось X_W является линией пересечения плоскости вращения колеса и плоскости $X_E Y_E$, ось Y_W перпендикулярна оси X_W и направлена влево, а ось Z_W вертикальна и направлена вверх (рис. 2.6).

Траектория движения колеса (англ.: *wheel trajectory*, нем.: *Radbahnkurve*) - совокупность проекций геометрических центров контакта колеса в движении.

Угол увода колеса α (англ.: *slip angle*, нем.: *Schräglaufwinkel*) – угол между осью X_W и касательной к траектории движения колеса в определенной точке. Значение этого угла положительно, если направление поворота оси X_W к касательной (к траектории движения колеса) – против часовой стрелки.

Угол развала колеса ε_W (англ.: *inclination angle*, нем.: *Radsturzwinkel*) – угол между осью Z_W и плоскостью вращения колеса. Значение этого угла положительно, если направление поворота оси Z_W к плоскости вращения колеса – против часовой стрелки, смотря по направлению движения автомобиля (т.е., если колеса одной оси «развернуты наружу», то угол развала левого колеса положителен, а правого – отрицателен).

2.6.2. Силы, действующие на колесо, и их моменты

Колесо представляет собой связующее звено между дорогой и автомобилем (точнее говоря, между дорогой и подвеской автомобиля), поэтому колесо подвергается нагрузкам и со стороны дорожной поверхности, и со стороны автомобиля.

На колесо действуют силы со стороны автомобиля, равнодействующая которых приложена в центре колеса. Проекция равнодействующей силы \vec{P} на оси системы координат колеса X_W , Y_W и Z_W называем соответственно *продольной силой колеса* P_{XW} , *боковой силой колеса* P_{YW} *нормальной (вертикальной) нагрузкой на колесо* P_{ZW} (рис. 2.7).

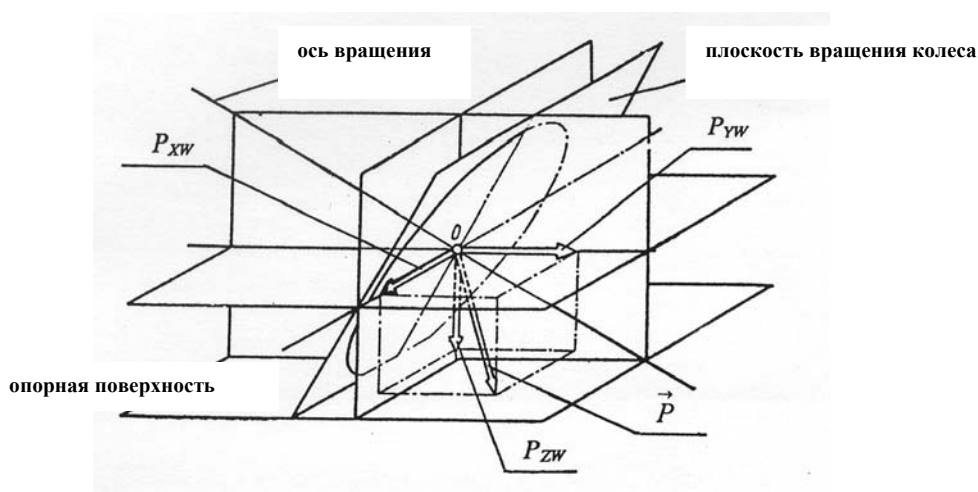


Рис. 2.7 . Действующие на колесо силы

На колесо воздействуют также следующие моменты, которые генерируют упомянутые выше силы (рис. 2.8):

M_S – *крутящий момент колеса*;

M_δ – *поворачивающий момент колеса*;

M_V – опрокидывающий момент колеса.

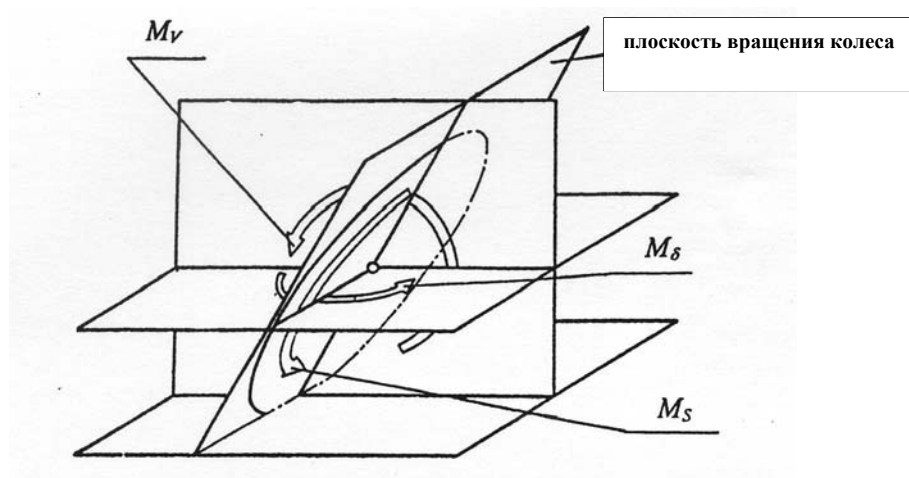


рис. 2.8. Действующие на колесо моменты

Эти действующие со стороны автомобиля силы и их моменты генерируют реакции опорной поверхности, которые могут быть приведены к равнодействующей реакции \vec{F}_W и ее моменту \vec{M}_W .

Проекции равнодействующей силы \vec{F}_W на оси X_W , Y_W и Z_W (рис.2.6) принято называть и обозначать так:

- продольная реакция опорной поверхности F_{XW} (англ.: *longitudinal force at wheel*, нем.: *Umfangskraft am Rad*);
- боковая реакция опорной поверхности F_{YW} (англ.: *lateral force at wheel*, нем.: *Seitenkraft am Rad*);
- нормальная (вертикальная) реакция опорной поверхности F_{ZW} (англ.: *vertical force at wheel*, нем.: *Radlast*).

Проекции равнодействующего момента \vec{M}_W на оси системы координат колеса принято называть и обозначать следующим образом (проекции момента совпадают с изображенными на рис.2.6 проекциями равнодействующей реакции \vec{F}_W):

- момент опрокидывания колеса M_{XW} (англ.: *overturning moment at wheel*, нем.: *Kippmoment am Rad*);
- момент сопротивления качению колеса M_{YW} (англ.: *rolling moment*, нем.: *Rollmoment*);
- стабилизирующий момент колеса M_{ZW} (англ.: *aligning moment*, нем.: *Rückstellmoment am Rad*).

Если колесо неподвижно и расположено вертикально, ($\varepsilon_W = 0$), то все три проекции реакции опорной поверхности F_{XW} , F_{YW} и F_{ZW} приложены в геометрическом центре контакта колеса. В этом случае результирующий момент реакции опорной поверхности $\vec{M}_W = 0$.

Если же колесо имеет развал ($\varepsilon_W \neq 0$), то вертикальная реакция опорной поверхности на колесо перемещается в поперечном направлении на расстояние dy_{wz} (рис. 2.9), генерируя при этом опрокидывающий момент:

$$M_{XW} = F_{ZW} \cdot dy_{wz}. \quad (2.22)$$

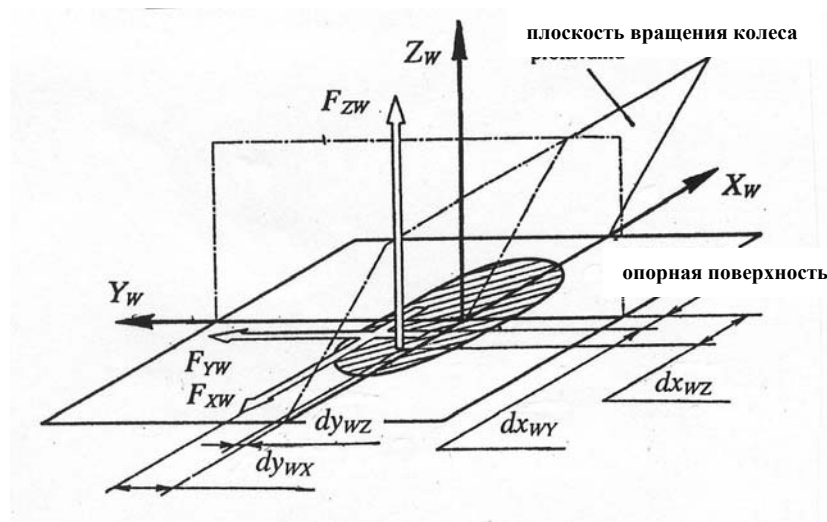


рис. 2.9. Реакции дорожной поверхности на колесо и точки их приложения

Вертикальная реакция опорной поверхности F_{ZW} при его качении вследствие деформации шины перемещается на расстояние dx_{wz} (вперед – для ведомого, свободного, нейтрального или ведущего режима движения колеса из-за гистерезисных потерь в шине и из-за скольжения в контакте; вертикальная реакция колеса при движении в тормозном режиме может перемещаться назад по направлению движения, как это представлено на рис. 2.9), поэтому создается момент сопротивления качению

$$M_{YW} = F_{ZW} \cdot dx_{wz}. \quad (2.23)$$

Если на катящееся колесо воздействует боковая сила P_{YW} , то колесо движется под углом (относительно плоскости его вращения). В этом случае боковая реакция опорной поверхности F_{YW} перемещается назад относительно геометрического центра контакта колеса на расстояние dx_{wy} (рис. 2.9) и создает стабилизирующий момент

$$M_{ZW} = F_{YW} \cdot dx_{wy}. \quad (2.24)$$

Кроме того, если действующая на колесо продольная реакция опорной поверхности F_{xW} приложена на расстоянии dy_{WX} относительно геометрического центра контакта, то генерируется дополнительный стабилизирующий момент:

$$M_{ZW2} = F_{xW} \cdot dy_{WX}. \quad (2.25)$$

Общий стабилизирующий момент колеса в этом случае:

$$M_{ZW} = M_{ZW1} + M_{ZW2}. \quad (2.26)$$

2.6.3. Прямолинейное качение колеса

Рассмотрим процесс движения колеса, когда колесо ориентировано вертикально, катится прямолинейно и с постоянной скоростью ($\alpha = 0$, $\varepsilon_W = 0$). Если на колесо не действует крутящий либо тормозной момент, то на колесо будет действовать только нормальная P_{ZW} и продольная P_{xW} силы, такой режим движения колеса называется *ведомым* (другими словами – режим, при котором колесо приводится толкающей силой, а крутящий момент равен нулю). В контакте колеса с дорожной поверхностью в этом случае будет действовать вертикальная F_{ZW} и продольная F_{xW} реакции опорной поверхности. Момент сопротивления качению $M_{yW} = F_{ZW} \cdot dx_{WZ}$ в этом случае компенсируется моментом толкающей силы $P_{xW} \cdot r_{dyn}$.

Если на колесо действует вертикальная нагрузка P_{ZW} и для обеспечения постоянного качения к колесу подводится крутящий момент, величина которого $M_S = F_{ZW} \cdot dx_{WZ}$, то такой режим качения колеса называется *свободным* (режим, при котором колесо приводится во вращение крутящим моментом, а продольная сила равна нулю). В этом случае $F_{xW} = 0$. Угловую скорость вращения для свободного режима качения обозначим ω_0 .

Помежуточный между свободным и ведомым режим качения колеса называется *нейтральным* (режим, при котором колесо приводится во вращение одновременно крутящим моментом и толкающей силой). Если же на колесо действует крутящий момент такой величины, что результирующая продольная реакция F_{xW} положительна (совпадает с направлением качения), то такой режим качения колеса называем *ведущим* (режим, при котором колесо нагружено силой тяги и приводится во вращение крутящим моментом, вектор которого совпадает с вектором угловой скорости). Режим качения колеса называется *тормозным*, если на колесо действует момент, создающий отрицательную (направленную против направления качения) продольную реакцию опорной поверхности (режим, при котором колесо нагружено крутящим моментом, вектор которого противоположен вектору угловой скорости, и приводится во вращение толкающей силой).

Сила сопротивления качению F_R (англ.: *rolling resistance of tyre*, нем.: *Reifen-Rollwiderstand*) есть соотношение энергии, необходимой для качения колеса, к пройденному расстоянию. Величина силы сопротивления качению соответствует величине толкающей силы P_{XW} .

Коэффициент сопротивления качению (англ.: *rolling resistance*, нем.: *Rollwiderstandbeiwert*) – соотношение силы сопротивления качению и нормальной нагрузки на колесо

$$f_R = \frac{F_R}{F_{ZW}}. \quad (2.27)$$

При проведении эксперимента для определения коэффициента сопротивления качению свободный режим качения колеса обеспечить сложно, поэтому испытания проводят обычно с колесом в ведомом режиме. Погрешность в этом случае допустима, поскольку в наибольшей мере сопротивление качению возникает от гистерезисных потерь. В тоже время, необходимо отметить, что значительную долю сопротивления качения колеса в тяговом или тормозном режимах составляют потери энергии из-за скольжения в пятне контакта.

2.6.4. Радиусы эластичного колеса

При движении колесо на пневматической шине подвергается воздействию сил и моментов, поэтому шина может деформироваться в различных направлениях, а при определенных условиях может наблюдаться и скольжение в контакте колеса с дорогой. Различают следующие радиусы эластичного колеса:

Статический радиус r_{stat} (англ.: *static loaded radius*, нем.: *statischer Rollradius*) – расстояние от центра колеса до геометрического центра контакта, определенное при регламентированном значении вертикальной нагрузки и давления воздуха в шине. Статический радиус обычно определяют при нулевом значении развала колеса, он указывается для диска и монтируемой шины определенных размеров.

Динамический радиус r_{dyn} (англ.: *dynamic rolling radius*, нем.: *dynamischer Rollradius*) – расстояние от центра колеса до опорной поверхности при движении колеса. В общем случае это переменная величина, зависящая от моментной вертикальной нагрузки и моментного значения давления воздуха в пневматической шине.

Радиус качения колеса r_{roll} (англ.: *rolling radius*, нем.: *Rollradius*) – радиус катящегося без проскальзывания недеформируемого колеса, поступательная скорость движения которого и угловая скорость его вращения соответствуют параметрам эластичного колеса. Радиус качения определяется по формуле:

$$r_{roll} = \frac{V_{XW}}{\omega}, \quad (2.28)$$

где V_{XW} – поступательная скорость движения центра колеса;

ω – угловая скорость вращения колеса.

Кинематический радиус r_{kin} (англ.: *kinematic rolling radius*, нем.: *kinematischer Rollradius*) – это значение радиуса качения эластичного колеса, катящегося без скольжения в ведомом режиме.

Номинальный радиус r_{nom} (англ.: *outside radius*, нем.: *freier Radradius*) – радиус ненагруженного вертикальной нагрузкой колеса при нулевом значении износа его шины и регламентированном значении давления воздуха.

2.6.5. Скольжение колеса

Продольное скольжение колеса в количественном отношении оценивается по значению *коэффициента продольного скольжения* (англ.: *longitudinal slip*, нем.: *Umfangsschlupf*), которое определяется по формуле:

$$S_{XW} = \frac{w - w_0}{w_0}. \quad (2.29)$$

При качении колеса в свободном режиме $S_{XW} = 0$, для колеса в тормозном режиме $S_{XW} = 0 \dots -1$ (значение $S_{XW} = -1$ соответствует случаю скольжения полностью заблокированного колеса).

Значения коэффициента продольного скольжения для колеса в ведущем режиме $S_{XW} = 0 \dots +\infty$ ($S_{XW} = +\infty$ соответствует состоянию полной пробуксовки, когда поступательная скорость центра этого колеса $V_{XW} = 0$).

Представленное определение коэффициента продольного скольжения и его приведены согласно международного стандарта ISO 8855. В рекомендациях американской ассоциации автомобильных инженеров (SAE) приведены такие же рекомендации. В другой литературе коэффициент проскальзывания колеса в ведущем режиме определяется по такому соотношению:

$$S'_{XW} = 1 - \frac{r_{roll}}{r_{kin}}. \quad (2.30)$$

Для колеса в ведущем режиме верно соотношение $r_{kin} \leq r_{roll} \leq 0$. Радиус качения $r_{roll} = 0$ соответствует случаю, когда колесо вращается на месте (поступательная скорость его центра $V_{xw} = 0$). Для колеса в ведущем режиме значения коэффициента продольного проскальзывания $S'_{xw} = 0 \dots 1$ ($S'_{xw} = 1$, когда колесо вращается на месте).

Аналогичное выражение применимо и для колеса в тормозном режиме:

$$S''_{xw} = 1 - \frac{r_{kin}}{r_{roll}}. \quad (2.31)$$

Значения радиуса качения для колеса в тормозном режиме $r_{kin} \leq r_{roll} \leq \infty$. Значение $r_{roll} = \infty$ применимо для полностью заблокированного колеса, когда угловая скорость его вращения $w = 0$, а поступательная скорость движения центра колеса $V_{xw} \neq 0$.

2.6.6. Качения колеса с уводом

Если колесо не нагружено внешними силами, то вертикально расположенное колесо катится в плоскости, совпадающей с плоскостью вращения колеса. Если же на колесо через ступицу воздействует боковая сила P_{yw} , то касательная к траектории движения колеса составит с плоскостью вращения колеса некоторый угол α , называемый углом увода (рис. 2.10).

В задней части контакта катящегося с уводом колеса элементарные реакции дорожной поверхности больше, чем в передней части. Поэтому, эти элементарные реакции создают момент, поворачивающий колесо так, чтобы траектория совпала с плоскостью вращения колеса. Этот момент называется стабилизирующим.

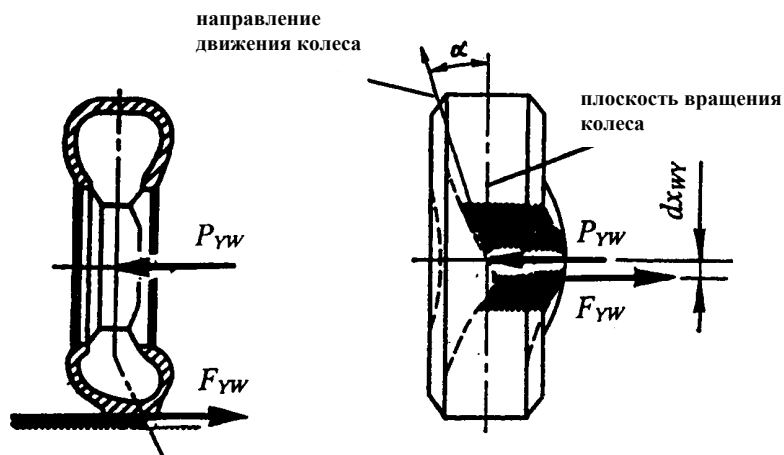


Рис. 2.10. Схема качения колеса с уводом

Воздействие элементарных реакций дорожной поверхности может быть заменено результирующей силой F_{yW} и стабилизирующим моментом $M_{ZW} = F_{yW} \cdot dx_{wy}$.

Важной является характеристика зависимости боковой реакции от угла увода (рис. 2.11). На данной иллюстрации изображены несколько кривых зависимости для постоянных значений вертикальной нагрузки на колесо.

При постоянном значении вертикальной нагрузки, боковая реакция опорной поверхности сначала увеличивается практически пропорционально значению угла увода (вследствие эластичной деформации шины), а дальше – по депрессивной зависимости (при увеличении угла увода увеличивается степень проскальзывания колеса).

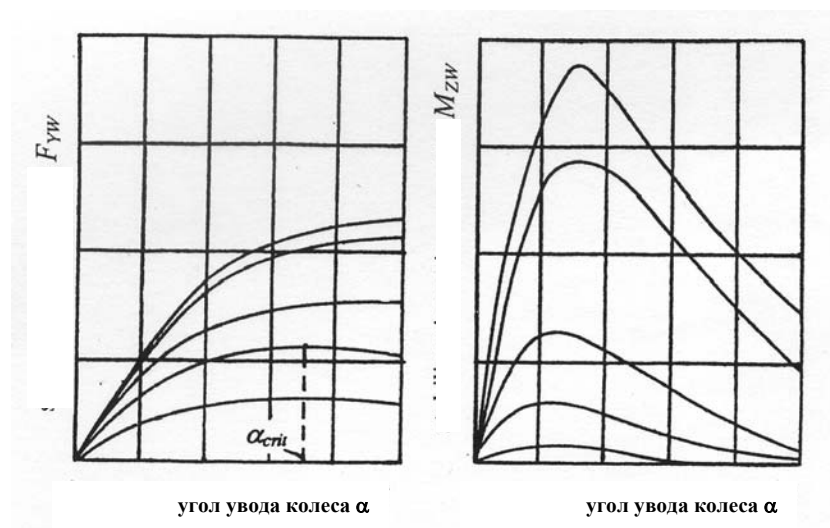


Рис. 2.11. Характеристики бокового увода колеса

Значения угла бокового увода, соответствующее максимальному значению боковой реакции, называется *критическим углом увода* α_{crit} (англ.: *critical slip angle*, нем.: *kritischer Schräglaufwinkel*).

Когда $\alpha = \alpha_{crit}$, скольжение происходит по всей площади контакта, поэтому при увеличении угла увода ($\alpha > \alpha_{crit}$), боковая реакция дорожной поверхности немного уменьшается.

Важным параметром движения колеса в боковом направлении является *коэффициент сопротивления уводу* (англ.: *cornering stiffness*, нем.: *Seitenkraft- Schräglauf-Winkel - Gradient*) – частная производная боковой реакции дороги по значению угла увода $c_\alpha = -\frac{\partial F_{yW}}{\partial \alpha}$.

Чем больше значение этого коэффициента, тем лучшие свойства имеет шина в боковом направлении. Для аналитических расчетов значение коэффициента сопротивления уводу принимается отрицательным.

Зависимость стабилизирующего момента от угла увода несколько иная, чем боковой реакции: стабилизирующий момент достигает максимального значения еще в области упругой деформации шины, а при больших значениях угла бокового увода стабилизирующий момент становится отрицательным (дестабилизирующим). Для исключения такого негативного явления, стабилизирующий момент колеса увеличивают за счет продольного угла наклона оси поворота управляемых колес.

2.6.7. Качение колеса с развалом

Боковая реакция опорной поверхности генерируется не только для колеса, катящегося с уводом. Колеса автомобиля устанавливаются с развалом, чтобы нарушить подшипники колес боковой нагрузкой и таким образом обеспечить стабильность вращения колеса.

Коэффициент развала колеса (англ.: *camber stiffness*, нем.: *Seitenkraft- Radsturzwinkel - Gradient*) – частная производная боковой реакции по углу развала $c_\varepsilon = -\frac{\partial F_{YW}}{\partial \varepsilon_W}$. Значение градиента c_ε в 5–10 меньше значения коэффициента сопротивления уводу c_α . Поэтому, боковая реакция, генерируемая вследствие развала значительно меньше реакции, создаваемой вследствие увода.

Колесо с развалом подобно катящемуся конусу – оно стремится катиться по окружности. Чтобы уменьшить этот отрицательный эффект, колеса поворачивают в вертикальной плоскости, производя их схождение.

2.6.8. Сцепление колеса с опорной поверхностью

Сцепление колеса с опорной поверхностью определяют процессы трения и скольжения в контакте с опорной поверхностью. Даже в случае прямолинейного движения колеса, а также при качении с небольшими углами увода, в контакте колеса с опорной поверхностью имеет место проскальзывание. Интенсивность скольжения зависит от соотношения продольной и вертикальной реакций опорной поверхности, которое называется *удельной продольной силой* (англ.: *longitudinal force coefficient*, нем.: *Umfangskraftbeiwert*):

$$\mu_{XW} = \frac{F_{XW}}{F_{ZW}}. \quad (2.32)$$

Сила, трансформируемая в контакте колеса с дорогой, ограничивается значением коэффициента трения. Следует помнить, что скольжение в контакте колеса с дорожной

поверхностью существует всегда, когда трансформируется сила в плоскости дороги. Оказывается, что значение трансформируемой силы максимально (для данных значениях вертикальной нагрузки, давления воздуха, скорости движения и др.), если значение коэффициента продольного проскальзывания $S_{xW} = 0,10-0,25$.

Соотношение максимальной продольной силы и вертикальной нагрузки называется *максимальным коэффициентом сцепления в продольном направлении* (англ.: *maximum longitudinal force coefficient*, нем.: *maximaler Umfangskraftbeiwert*):

$$\mu_{xW \max} = \frac{F_{xW \max}}{F_{ZW}}. \quad (2.33)$$

Значение коэффициента продольного проскальзывания, при котором наступает значение максимального коэффициента сцепления, называется *критическим коэффициентом продольного проскальзывания* $S_{xW \text{crit}}$ (англ.: *critical longitudinal slip*, нем.: *kritischer Umfangsschlupf*).

Когда значение коэффициента продольного проскальзывания больше критического, то трансформируемая продольная сила уменьшается, соответственно, уменьшается и удельная продольная сила μ_{xW} .

Удельная продольная сила для значения коэффициента проскальзывания $S_{xW} = -1$, называется *коэффициентом сцепления заблокированного колеса в продольном направлении* $\mu_{xW \text{lock}}$ (англ.: *sliding braking force coefficient*, нем.: *Gleitbeiwert beim Bremsen*). В литературе значение этого коэффициента иногда приводится с отрицательным знаком.

На рис.2.12 приведена характерная зависимость удельной продольной силы μ_{xW} от коэффициента продольного проскальзывания S_{xW} .

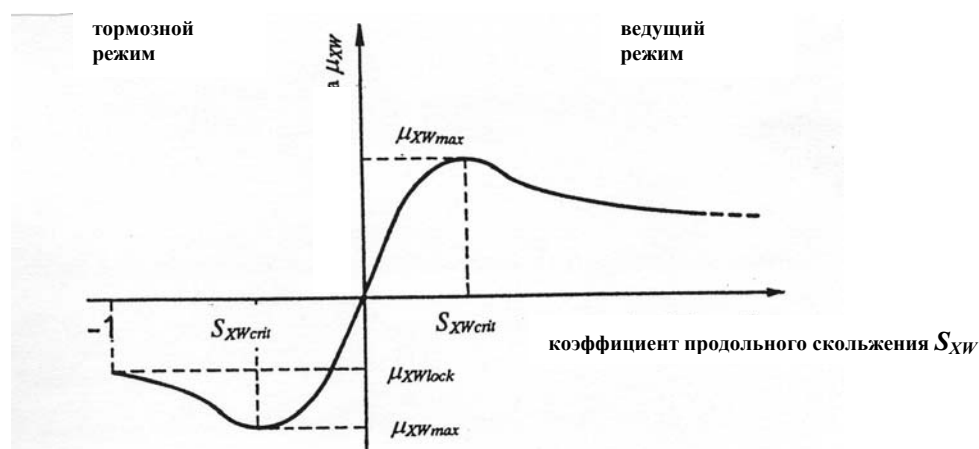


Рис.2.12 Характеристика зависимости удельной продольной силы от коэффициента проскальзывания

Принято, что максимальное значение коэффициента сцепления μ_{XWmax} для тормозного режима отрицательно, а для тягового – положительно. При помощи экспериментов было установлено, что значение μ_{XWmax} больше μ_{XWlock} на 10–30%.

Потенциальные свойства колеса по сцеплению определяются *коэффициентом использования сцепления* (англ.: *longitudinal adhesion utilization coefficient*, нем.: *Kraftschlußausnutzungs- koeffizient in Längsrichtung*) – отношения удельной продольной силы и максимального коэффициента продольного сцепления:

$$\varepsilon_{XW} = \frac{\mu_{XW}}{\mu_{XWmax}}. \quad (2.34)$$

Значение это коэффициента – не больше 1.

Показатели поперечного скольжения колеса аналогичны параметрам продольного скольжения.

Отношение боковой и вертикальной реакций называется *удельной поперечной силой* (англ.: *lateral force coefficient*, нем.: *Seitenkraftbeiwert*):

$$\mu_{YW} = \frac{F_{YW}}{F_{ZW}}. \quad (2.35)$$

Соотношение максимальной трансформируемой поперечной силы с вертикальной нагрузкой при данных условиях (для данных значениях вертикальной нагрузки, давления воздуха, скорости движения и др.) называется *максимальным коэффициентом сцепления в поперечном направлении* (англ.: *maximum lateral force coefficient*, нем.: *maximaler Seitenkraftbeiwert*):

$$\mu_{YWmax} = \frac{F_{YWmax}}{F_{ZW}}. \quad (2.36)$$

Коэффициент сцепления заблокированного колеса в поперечном направлении (англ.: *sliding lateral force coefficient*, нем.: *Gleitbeiwert in Querrichtung*) – соотношение боковой и вертикальной реакций, в условиях заблокированного в продольном направлении колеса:

$$\mu_{YWlock} = \frac{F_{YWlock}}{F_{ZW}}. \quad (2.37)$$

Наибольшее значение удельной поперечной силы – для колеса в свободном режиме качения. В этом случае продольная реакция равна нулю. При увеличении этой силы

(соответственно – и коэффициента продольного скольжения, и удельной продольной силы) значение коэффициента μ_{yW} уменьшается и принимает минимальное значение, когда колесо полностью заблокировано либо проворачивается на месте ($S_{xW} = -1$ или $S_{xW} = 1$). Это явление объясняется тем, что колесо имеет ограниченный потенциал – при скольжении в одном направлении, потенциальные возможности в другом направлении тоже уменьшаются. Обычно минимальное значение удельной поперечной силы в 4–5 раз меньше значения максимального коэффициента сцепления в поперечном направлении. Поэтому заблокированные либо проскальзывающие колеса практически не могут трансформировать поперечных нагрузок, что может приводить к потере управляемости или устойчивости автомобиля.

Обычно значение максимального коэффициента сцепления в поперечном направлении несколько больше соответствующего значения в продольном направлении (для современных шин $\mu_{xWmax} = 1-1,2$).